

ビルディング・キューブ法による 大規模気液二相流解析手法の開発と性能評価

西口 浩司^{1,a)}

概要：近年の気候変動により都市部での氾濫リスクは深刻化している。建築物周囲の水の3次元流動および非定常流体力を評価するには、ナビエ・ストークス方程式による3次元解析が必要であるが、膨大な計算コストを要する。そのため、詳細な構造物形状を再現した3次元洪水解析の研究例は極めて少ない。そこで本研究では、超並列計算に適したビルディング・キューブ法に着目する。ビルディング・キューブ法は階層型直交メッシュ法の一つであり、解析領域はキューブと呼ばれる立方体領域に分割され、各キューブは同一のセル数を有する。そして各プロセッサに割り当てるキューブ数を同一にすることで、ロードバランスが均一化され、局所的かつ連続的なメモリアクセスが可能となる。本研究では、ビルディング・キューブ法に基づく気液二相流解析手法を開発し、大規模解析で有用性を検証する。

1. 緒言

洪水は、自然災害の中でも最も頻繁かつ多くの人々に影響を及ぼす災害であり、近年の気候変動により、特に都市部での洪水リスクは深刻化している。都市部の洪水では、水が交差点・下水道・公園・建築物の周囲やその内部等を流動するため、田園地帯に比べ、より複雑な流れを示す。既往の洪水解析では、1次元または2次元の洪水解析モデルが使用されることが一般的である。ただし、交差点・下水道・公園・建築物の周囲やその内部等の水の3次元流動および構造に作用する非定常流体力を評価するには、ナビエ・ストークス方程式に基づく3次元解析が必要であるが、膨大な計算コストを要する。そのため、詳細な構造物形状を再現した3次元洪水解析の研究例は極めて少ない。

そこで本研究では、超並列計算機環境で高いスケーラビリティを実現できるビルディング・キューブ法 (BCM) [1] に基づくセル中心有限体積法に着目する。ビルディング・キューブ法は階層型直交メッシュ法の一つであり、解析領域はキューブと呼ばれる立方体領域に分割され、各キューブは同一のセル数を有する。そして各プロセッサに割り当てるキューブ数を同一にすることで、各プロセッサのロードバランスが均一化され、かつループ処理は各キューブ領域で実行されるため、局所的かつ連続的なメモリアクセスが可能となる。そこで本研究では、界面捕捉法としてVOF法を用いたビルディング・キューブ法に基づくセル中心有

限体積法を提案し、大規模解析で有用性を検証する。

2. 気体-液体の運動方程式の空間平均化

オイラー型解法で気液二相流解析を行う場合、一つの計算セルに複数の物質が存在しうる。そこで本研究では、非圧縮性の仮定の下で、複数物質の基礎方程式 (連続の式、運動方程式) を体積平均化した方程式を用いる [2]。

3次元ユークリッド空間内の検査体積 ($x - \Delta x/2 \leq \bar{x} \leq x + \Delta x/2$, $y - \Delta y/2 \leq \bar{y} \leq y + \Delta y/2$, $z - \Delta z/2 \leq \bar{z} \leq z + \Delta z/2$) において物質 i が存在する領域を Ω_i としたとき、

$$I_i(x, y, z) = \begin{cases} 1, & \text{if } (x, y, z) \in \Omega_i \\ 0, & \text{if } (x, y, z) \notin \Omega_i \end{cases} \quad (1)$$

という性質をもつ指示関数 I_i を定義する。この指示関数 I_i は、検査体積内において物質 i が存在する場合は1、存在しない場合は0をとる。この指示関数 I_i を用いることで、ある検査体積内において存在する n 種類の非圧縮性物質に対する連続の式と運動方程式は次のように表される。

$$\sum_{i=1}^n I_i \nabla \cdot \mathbf{v}_i = 0 \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n I_i \rho_i \frac{D\mathbf{v}_i}{Dt} = \sum_{i=1}^n I_i \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_i + \left(\sum_{i=1}^n I_i \rho_i \right) \mathbf{b} \quad (3)$$

ここで、各物理量につく添え字 i は物質 i に関する物理量であることを示す。これらの式 (2) と式 (3) に対してそれぞれ体積平均化操作を施すことによって、連続の式と運動方程式は以下のように表すことができる。

¹ 名古屋大学 大学院工学研究科 土木工学専攻 構造・材料工学講座

^{a)} kojinishiguchi@civil.nagoya-u.ac.jp

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_{\text{mix}} = 0 \quad (4)$$

$$\rho_{\text{mix}} \left\{ \frac{\partial \mathbf{v}_{\text{mix}}}{\partial t} + (\mathbf{v}_{\text{mix}} \cdot \nabla) \mathbf{v}_{\text{mix}} \right\} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\text{mix}} + \rho_{\text{mix}} \mathbf{b} \quad (5)$$

以上の式において現れる、 \mathbf{v}_{mix} 、 ρ_{mix} 、 $\boldsymbol{\sigma}_{\text{mix}}$ はそれぞれ次のように表される物理量である。

$$\mathbf{v}_{\text{mix}} = \sum_{i=1}^n \phi_i \bar{\mathbf{v}}_i, \quad \rho_{\text{mix}} = \sum_{i=1}^n \phi_i \rho_i, \quad \boldsymbol{\sigma}_{\text{mix}} = \sum_{i=1}^n \phi_i \bar{\boldsymbol{\sigma}}_i \quad (6)$$

これらの式 (6) に現れる ϕ_i はある検査体積を物質 i が占める割合、つまり検査体積内における物質 i の体積率を意味し、指示関数 I_i を用いて次の式によって与えることができる。

$$\phi_i = \frac{1}{\Delta V} \int_{x-\Delta x/2}^{x+\Delta x/2} \int_{y-\Delta y/2}^{y+\Delta y/2} \int_{z-\Delta z/2}^{z+\Delta z/2} I_i(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) d\bar{x}d\bar{y}d\bar{z} \quad (7)$$

検査体積において体積平均化を行った連続の式 (4) と連続体の運動方程式 (5) を支配方程式として用いることによって、各物質が混合体として扱われるので、複数種類の物質に対する個々の支配方程式を個別に解く必要がなくなり、統一的な解析が可能となる。そのため、複数種類の物質に関する連成問題の取り扱いが容易になる。

3. 数値解析手法

本研究では、複数物質の空間平均化された運動方程式 (5) を部分段階法により速度場と圧力場を分離し、空間離散化にはセル中心有限体積法を用いる。圧力ポアソン方程式の解法には Red-Black オーダリングによる SOR 法を用いる。中間速度の算出および VOF 関数の移流方程式の時間発展には 2 次アダムス・バッシュフォース法を用い、移流項には 5 次 WENO スキームを適用する。剛体としてモデル化された構造体は、Constraint immersed boundary method[4] により定式化した。本研究では、OpenMP と MPI によるハイブリッド並列により計算を行った [2], [3].

4. 数値解析例

本手法の有用性を検証するため、大規模な地下空間における浸水解析を実施した。図 1 に cube メッシュを示す。1 つの cube には 16^3 個のセルで均等に分割されている。総セル数は 21,102,592、最小セルサイズは 0.19513m である。境界条件は全面滑り壁境界で、剛体部分は IBM により表現している。 Δt は 0.001 秒で 20000 ステップの計算 (実時間 20 秒) である。計算はスーパーコンピュータ「不老」type I の 161 ノード (644ranks \times 48threads) により実行した。各出入口での流入条件は、雨水が出入口の止水板を越えてくると想定し、全幅堰の式を使用し流量を推定した。流入水の水深はハザードマップを参考に決定し、これと出入口の幅から断面積を求め、流入速度を設定した。図 2 に

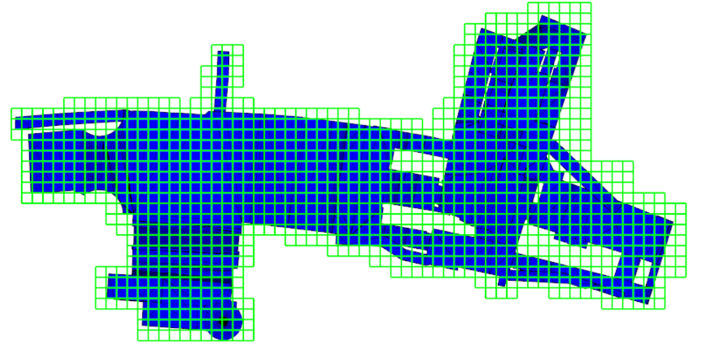


図 1 CUBE メッシュ分割

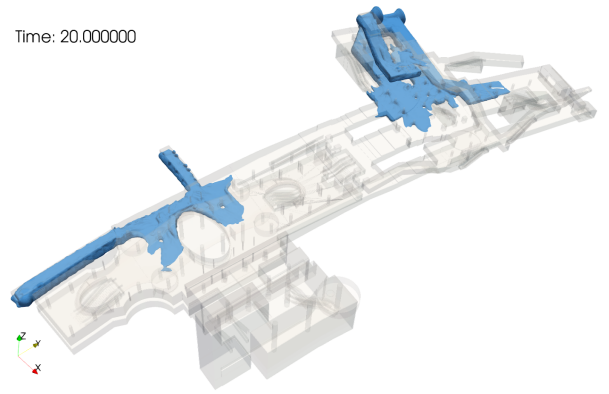


図 2 t=20s における液相の自由移動境界面

示すように、浸水開始から 20 秒時点のものではあるが、大規模地下空間における浸水範囲を推定することができた。

5. 結言

本研究では、界面捕捉法として VOF 法を用いたビルディング・キューブ法に基づくセル中心有限体積法を提案し、大規模な地下空間における浸水解析を実施した。数値解析例では、計算資源の制約から浸水開始から 20 秒時点までの結果しか得られていないため、今後はさらなる長時間の挙動を検討したい。

参考文献

- [1] Nakahashi K. Building-cube method for flow problems with broadband characteristic length. Proceedings of the Second International Conference on Computational Fluid Dynamics, ICCFD, Sydney, Australia, 2003:77-81.
- [2] Nishiguchi, Koji, et al. "Full Eulerian deformable solid - fluid interaction scheme based on building - cube method for large - scale parallel computing." Int J Numer Methods Eng 117.2 (2019): 221-248.
- [3] Nishiguchi, Koji, et al. "Eulerian finite volume formulation using Lagrangian marker particles for incompressible fluid-structure interaction problems." Int J Numer Methods Eng 123.5 (2022): 1294-1328.
- [4] Bhalla, Amneet Pal Singh, et al. "A unified mathematical framework and an adaptive numerical method for fluid-structure interaction with rigid, deforming, and elastic bodies." J Comput Phys 250 (2013): 446-476.